

Der Baum – Autobiograph und Designlehrmeister

Claus Mattheck

Es ist das Anliegen dieser Arbeit aufzuzeigen, daß die Baumgestalt als eine biomechanische Autobiographie, als Belastungsschrieb des Baumes gedeutet werden kann. Es sollen die Regeln adaptiven Wachstums aufgezeigt werden, mit denen der Baum sich selbst optimiert und dieses mechanische Optimum pflegt und erhält. Als Konsequenz daraus wird vorgeführt, wie man diese Eigenschaften zur Auslegung von ermüdungsfesten Maschinenbauteilen nutzen kann. Letzteres geschieht durch eine neu entwickelte Methode CAO (Computer Aided Optimization)¹, die ziemlich genau das adaptive Wachstum der Bäume computersimuliert. Dabei "wachsen" Bauteile wie biologische Kraftträger in eine optimierte Gestalt ohne Kerbspannungen und damit ohne Sollbruchstellen. So optimierte Bauteile sind ultraleicht und dauerhaft. Dazu muß jedoch erst bekannt sein, wie biologisches Wachstum, z. B. von Bäumen, abläuft.

Nicht eingegangen werden soll in dieser Arbeit auf das Versagen der Bäume, das von der Natur in einer begrenzten Zahl genauso billigend in Kauf genommen wird wie die Brüche unserer eigenen Knochen. Es ist offenbar billiger für die Erhaltung der Art, eine gewisse Schadenshäufigkeit zu akzeptieren, als die Energie und das Material aufzuwenden, das für die Schaffung und Erhaltung eines allseitig sicheren Designs nötig wäre.

Die Mechanik der Bäume

Wesentliches Ziel des Baumwachstums ist die Ausbildung einer großen Krone, mit der viel Licht aufgenommen werden kann. Diese Krone muß getragen werden von einem Stützapparat aus Stamm und Ästen, die wiederum vom Baum genährt, erhalten und – falls nötig – an neue Lastsituationen angepaßt und repariert werden müssen. Je effektiver der Stützapparat ist, um so weniger Energie ist für dessen Erhalt nötig. Stamm und Äste wie auch der Wurzelstock sollten also möglichst leicht und versagenssicher sein. Insbesondere in engem Bestand leisten sich Bäume keine großen Sicherheitsfaktoren. Jeder will hoch hinauswachsen, um dem Nachbarn möglichst viel Licht wegzunehmen, und weil eben jener Nachbar das auch will – ja wollen muß –, sind die Bäume ein High-Tech-Design: leicht und fest. Dabei bemüht sich der Baum zunächst, alle vermeidbaren äußeren Belastungen zu minimieren und windbedingte Torsionsmomente zu reduzieren. Dies ist prinzipiell in Bild 1 skizziert. Der Mechanismus, der schiefe Bäume wieder aufrichtet bzw. Seitenäste in die Position des ausgefallenen Wipfeltriebes bringt, heißt negativer Geotropismus oder auch negativer Gravitropismus. Er wird bewirkt durch die Bildung von Reaktionsholz, das bei Laubbäumen als Zugholz auf der erdabgewandten Baumseite wirkt und den Baum in die gewünschte Lage zieht, während bei Nadelbäumen sich auf der erdnahen Baumunterseite Druckholz formiert und den Baum nach oben drückt (Bild 2). In Bild 3 hat ein Seitentrieb durch Druckholzbildung die Rolle des gestorbenen Wipfeltriebes einer Konifere übernommen. In Bild 4 ging dies nicht so glatt. Zwei Seitentrie-

be kämpften längere Zeit um die Führungsposition. Als der rechte schließlich dominiert, knickt der ehemalige Konkurrent gehorsam nach links ab und hält Abstand.

Diese Schwerpunktskorrekturen kann man in der Natur überaus häufig feststellen. Dennoch gibt es Fälle, wo der Baum scheinbar sorglos überflüssige Biegemomente ignoriert und damit dem Betrachter einiges Kopfzerbrechen bereitet. In solchen Fällen liegt es meistens am Licht. Der Baum kann mit dem besten mechanischen Design nichts anfangen, wenn er in dieser Position nicht genügend Licht aufnehmen kann. Es kann daher vorkommen, daß Bäume sich bewußt nach einer Seite neigen (Phototropismus), z. B. in Richtung eines Waldweges, wo Licht einfällt, oder einer Schneise. Er kann auch einen Ast extrem weit vorstrecken wie in Bild 5, wo der Wipfeltrieb des rechten Nadelbaumes starb und zwei links stehende Laubbäume ihres Schattens wegen nur eine Lösung zuließen: Der Nadelbaum legt einen statisch fast unsinnig langen Ausleger nach Süden zwischen den beiden Buchen hindurch.

Der rechte Ast des Nadelbaumes, der wohl eigentlich als Wipfeltrieb auftreten wollte, kümmer im Schatten der beiden mächtigen Buchen. Die einzige Hoffnung bleibt also der lange Südausleger. Um das enorme Biegemoment zu verkraften, legt der Ast im Dickenwachstum tüchtig zu, wodurch er sich zwischen den beiden Buchenstämmen verklemmt, die ihn so auf wunderbare Weise stützen und seine Anbindung am

Bild 1: Der Schwerpunkt gehört über das Wurzelzentrum, um vermeidbare äußere Lasten auszuschließen.

Center of gravity must lie over the center of the roots, to prevent outward loads as far as possible.

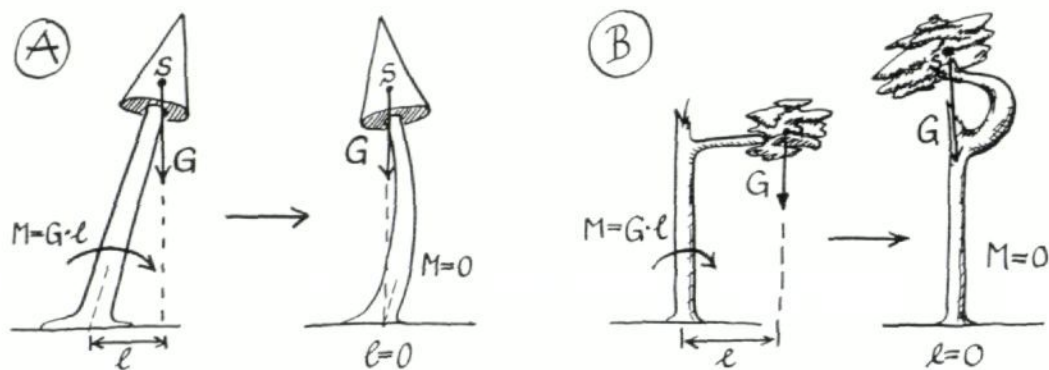
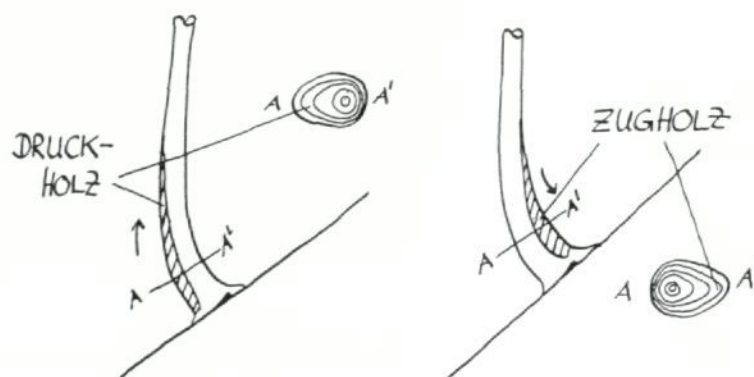


Bild 2: Beispiele für negativen Gravitropismus. Durch Bildung von Reaktionsholz richtet sich der Baum auf.

Examples of negative gravitropism. The tree stands by forming reaction timber.



Stamm entlasten. Daher ist sein Durchmesser auch links der beiden Buchen dicker als rechts davon, wo er von ihnen entlastet wird.

Wenn also eine Baumgestalt mechanisch unplausibel wirkt, so liegt das meist am Lichtmangel, mit dem eine mechanisch vorteilhaftere Baumgestalt einhergegangen wäre. Ist genügend Licht vorhanden, so plaziert der Baum seinen Schwerpunkt über das Wurzelzentrum und minimiert so die äußeren Belastungen. Damit sind aber immer noch äußere Belastungen vorhanden (Gewicht, Wind etc), die in der Baumstruktur mechanische Spannungen bewirken. Es soll nun beschrieben werden, wie der Baum seine Gestalt selbst optimiert, um eine möglichst vorteilhafte Verteilung dieser mechanischen Spannungen zu erlangen.

Zahlreiche Vorstudien haben gezeigt, daß nicht nur Bäume, sondern auch andere biologische Kraftträger wie Knochen, Krallen, Zähne, Dornen etc. dem Prinzip der konstanten Spannung auf der Bauteiloberfläche genügen. Kein Punkt trägt mehr, keiner weniger als andere Punkte auf der Oberfläche, und damit sind auch Kerbspannungen, d. h. lokale Spannungsspitzen, ebenso ausgeschlossen wie mechanisch unterbelastete Bereiche, die überflüssig wären. Der Ausschluß von überlasteten Bereichen (Kerbspannungen) schließt Sollbruchstellen aus, und der Ausschluß von nichttragenden Baumteilen garantiert den Leichtbau.

Das Prinzip der konstanten Spannung geht in seinen Ansätzen zurück auf Metzger⁵, der in einer hochinteressanten Arbeit nachweist, daß die Stämme von Fichten wegen der Windlast einer Höhen-Durchmesser-Formel $h \approx D^3$ genügen (h: Länge, D: Durchmesser in Meßhöhe). Dieser Zusammenhang ergibt sich auch aus der Biegetheorie für einen einseitig eingespannten Balken mit am freien Ende quer angreifender Einzelast, wenn man die Konstanz der Randfaser Spannung der Biegung fordert (Bild 6). Eigene unveröffentlichte Messungen des Autors zeigen natürlich einen Einfluß der Kronenform, bestätigen jedoch ebenfalls die axiale Konstanz der Biegespannungen. In Finite-Elemente-Analysen^{2, 3, 8} wurde gezeigt, daß auch die Verbindung zwischen Ast und Stamm sowie zwischen Wurzel und Stamm gestaltoptimiert ist und keinerlei Spannungskonzentrationen bewirkt, obwohl ja unbestreitbar eine Kraftflußumlenkung von ca. 90° vom Ast z. B. unter Wind- oder Gewichtsbelastung in den Stamm erfolgen muß. Der geniale Baum gestaltet seine unvermeidbaren Kerben so, daß jegliche Kerbspannungen ver-

mieden werden. Er lenkt den Kraftfluß so vom Ast in den Stamm, daß keinerlei lokale Spannungserhöhungen an der Anbindungsstelle entstehen.

Der junge, leistungsfähige Ast hoch im Wipfel nimmt viel Licht auf, seine Länge ist vergleichbar mit der des Wipfeltriebes. An diesem Hebelarm drückend induziert der Wind etwa gleichgroße Biegemomente im Wipfeltrieb und Ast an der Verbindungsstelle, deren Kerbe durch Materialanlagerung an überlasteten Stellen ausgerundet wird.

Die mittleren und unteren Äste haben im Vergleich mit der dort wesentlich größeren Länge des Wipfeltriebes nur ein vergleichsweise kleineres Biegemoment einzuleiten. Der Baum optimiert hier insbesondere bezüglich der Umlenkung des Kraftflusses um den sozial schwächeren, dem Licht und Wind weniger ausgesetzten Ast: Es bilden sich rechts und links der Astanbindung vertikale Wülste, die stammseitige Kerbspannungen abbauen. Ein raffiniertes Design, das im Laborversuch als Kreiskerbe mit seitlichen Wülsten in einer Zugplatte nachgebildet wurde und sich im Ermüdungsversuch durch über 25fach höhere Lebensdauer gegenüber dem nicht optimierten Kreisloch (ohne Wülste) auszeichnete.

Bild 3 und 4: Nach dem gleichen Prinzip kann beim Konkurrenzkampf unter den Ästen auch ein Seitentrieb die Rolle des abgestorbenen Wipfeltriebs übernehmen.

Following the same principle in the fight for survival among the branches a side-sprig can take over the part of the dead main sprig.

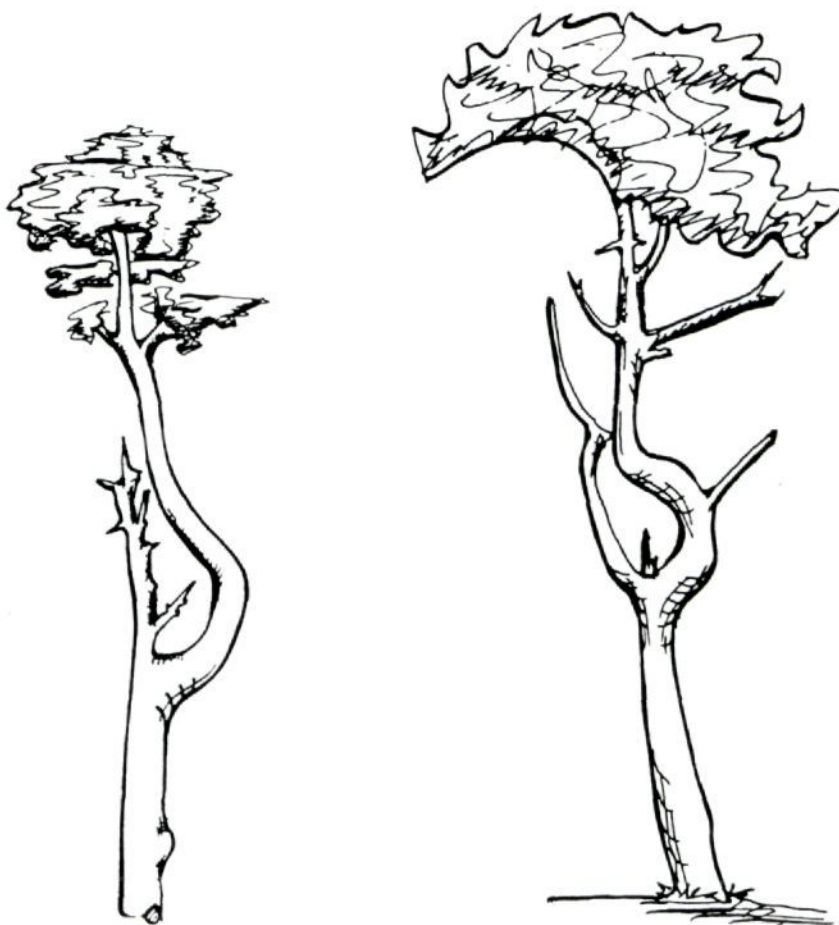
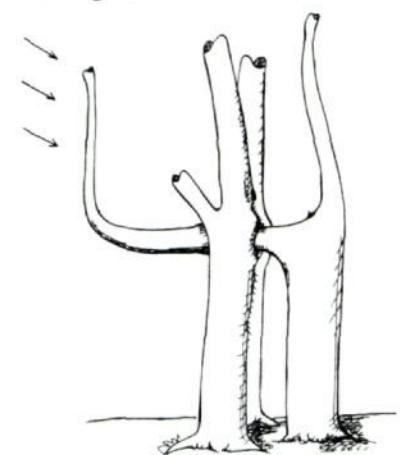


Bild 5: Phototropismus. Das Streben nach Licht ist die Ursache für einen mechanisch unvorteilhaften Ausleger.

Phototropism. The need for light is the cause of a mechanically inadequate cantilever.



Am ärmsten sind die untersten Äste dran; fast ohne Licht und Windlast, z. T. schon morsch, leiten sie fast keinen Kraftfluß mehr in den Stamm ein, der selbst in diesem unteren Bereich die höchsten Windbiegemomente aufnimmt und dadurch zu intensiver Selbstoptimierung stimuliert wird. Etwa so weit, wie der axiale Kraftfluß des Stammes seitlich in den alten, morschen Ast hineinfließt, wird dieser mit einem Kragen ummantelt, der in einer sich immer mehr verschärfenden Kerbe endet.

An dieser Sollbruchstelle bricht der alte Ast dann ab. Durch Platzierung dieser Sollbruchstelle legt der Baum dem ungeliebten alten Ast den Abschied nahe. Nach dessen Bruch schließt er dort die Wunde (Astloch) und mindert so das Risiko der Innenfäule.

Diese so hervorragend auf Spannungskonstanz optimierte Baumgestalt kann nun durch äußeren Eingriff oder Unfall mechanisch verletzt werden, d. h. der optimale Zustand der konstanten Spannung wird gestört. Nehmen wir an, ein Kreisloch werde mit einem Locheisen eingeschlagen. Bild 7 zeigt, daß die Wundheilung dann an jenen Orten am aktivsten ist, die die höchsten Kerbspannungen aufweisen und damit die höchsten Abweichungen vom optimalen Zustand der Spannungskonstanz. Dies erklärt auch die axiale Orientierung der Wundspindel bei der Heilung von Astlöchern, die zumeist mit der Schließung der Wunde als axialer Schlitz vollendet ist. Will man umgekehrt die Kraftflußrichtung im Baum an einer interessanten Stelle wissen, so braucht man dazu

nur ein Locheisen sowie ein knappes Jahr Geduld, und die Orientierung der Wundspindel zeigt die Kraftflußrichtung an wie ein Kompaß⁴. Bild 8 zeigt dies für ein verheilendes Stanzloch, das mit der Richtung seiner Wundspindel die Kraftflußumlenkung um einen alten Aststumpf andeutet. Die Wundheilung ist also mechanisch gesteuert und stellt den optimalen Zustand gerechter Lastverteilung ohne Kerbspannungen wieder her.

Aber auch kontaktierende Fremdkörper, die lokale Kontaktspannungen bewirken, stören das optimale Design des Baumes. Durch Vergrößerung der Kontaktfläche kann der Baum diese Spannungen abbauen - dies kann bis zum vollständigen Einschluß des Fremdkörpers führen. In einer Eiche am Straßenrand fand man beim Fällen eine eingewachsene Lichtmaschine!

Es sei hier kurz erwähnt, daß auch die innere Struktur des Baumes sich belastungsgerecht orientiert. So zeigen Sägeschnitte und Finite-Elemente-Rechnungen zu solchen Kontaktproblemen⁶, daß sich die Jahresringe stets entlang der Hauptnormalspannungstrajektorien formieren, wodurch der so gefährliche Schub zwischen den Jahresringen minimiert wird.

Kontakte zwischen artfremden Bäumen führen meist beiderseits zu Vergrößerungen der Kontaktfläche bis hin zu echtem Formschluß, ohne daß gemeinsame Jahresringe und zuvor gemeinsames Kambrium gebildet werden.

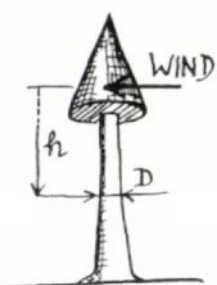
Artgleiche Bäume finden sich jedoch nicht selten zu letzterem bereit, die Bäume verschweißen und bilden Fachwerke, deren Ecken gleich Astanbindungen ausgerundet werden, um Kerbspannungen zu minimieren (Bild 9). Meist bildet sich im Kontaktbereich zunächst eine Verschleißwunde, bei deren Heilung die kontaktierenden Teile verschweißen.

Der Abschnitt über Baummechanik soll mit einer kurzen Zusammenfassung schließen. Es wurde unter Bezug auf Quellen mit vertiefender, quantitativer Beweisführung erläutert, daß Bäume

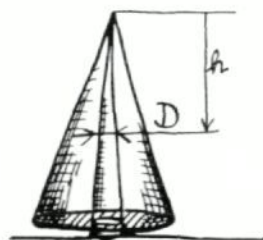
- durch Bildung von Reaktionsholz ihren Schwerpunkt bei gleichmäßigem Lichteinfall stets über das Wurzelzentrum bringen, was auch zu Rivalitäten gleichrangiger Seitentriebe nach Wegfall des Wipfeltriebes führen kann.
- damit äußere Biegebelastungen infolge Windbelastung ebenfalls minimieren.
- eine schlechtere Lage des Schwerpunktes akzeptieren, wenn nur so genügend Licht erlangt werden kann.
- eine Stammform, Astform, Wurzelform und Form von Verbindungen desselben bilden, die bezüglich der signifikanten natürlichen Belastung eine Konstanz der Spannungen auf der Baumoberfläche bewirken.
- bei Störung dieser Spannungskonstanz durch Verwundung (Kerbung) oder Fremdkörperkontakt durch restauratives Wachstum (Wundheilung und Überwallung) eilen, den optimalen Zustand wieder herzustellen.
- damit der Forderung nach Leichtbau bei höchster Dauerfestigkeit entsprechen.

Bild 6: Das Verhältnis von Höhe zu Durchmesser kann mit dem Prinzip der konstanten Spannung der Biegung erklärt werden.

The relation between height and diameter can be explained by the principle of constant stress of the bend.



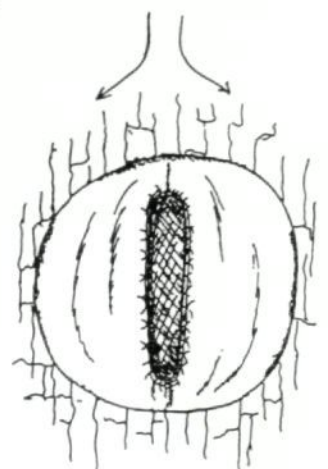
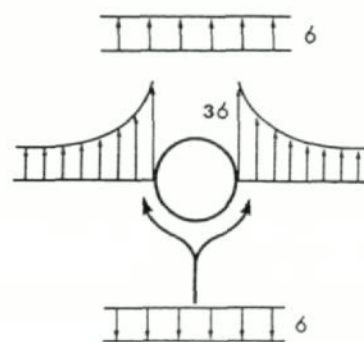
$$h \sim D^3$$



$$h \sim D$$

Bild 7 und 8: Bei äußeren Verletzungen treten Kerbspannungen auf. Die Wundheilung, in Form einer vertikalen Spindel, stellt durch Kraftflußumlenkung das Prinzip der konstanten Spannung wieder her.

In case of outward damages notch stresses arise. Curing in form of a vertical newel reestablishes the principle of constant stress by redirection of forces.



- mit all diesen Spuren von Wachstumsaktionen bzw. -reaktionen in ihrer Gestalt den Wandel ihres mechanischen Schicksals bleibend verankern, so daß die Baumgestalt mit all ihren verheilten Wunden, überwallten Kontakten, umgelenkten Wipfeln und verschweißten Ästen eine Autobiographie der eigenen Lastgeschichte, ein Dokument ihres Überlebenskampfes ist.

Nachdem dies durch Vorstudien gefunden wurde, lag es nahe, diesen so erfolgreichen Prozeß der Gestaltoptimierung auf die Optimierung von Maschinenbauteilen zu übertragen. Dies geschah mit der Entwicklung der CAO-Methode (Computer Aided Optimization), zu der lediglich ein beliebiges Finite-Elemente-Programm erforderlich ist, um das exakt beschriebene adaptive Wachstum zu simulieren.

Maschinenbauteile wachsen wie Bäume

Das Dickenwachstum der Bäume erfolgt über das Kambium, das dicht unter Bast und Rinde liegend alljährlich einen Jahresring neuen Holzes hinzuwachsen läßt. Die Dicke dieses Jahresringes hängt neben Witterungsbedingungen auch wesentlich von der Höhe der lokalen Spannungen ab^{1, 2, 3}. Bei lokal hohen Spannungen ist er dicker, bei vergleichsweise niedrigen Spannungen wächst wenig oder fast kein Holz zu. Knochen würden im letzteren Fall sogar schrumpfen.

Dies simulieren wir mit einem beliebigen Finite-Elemente-Programm, das allerdings Thermospannungen berechnen können muß. Ein erster elastischer FEM-Lauf berechnet die von Miseschen Vergleichsspannungen im zu optimierenden Bauteil, dessen FEM-Struktur eine dünne Lage finiter Elemente gleicher Dicke auf der Oberfläche haben muß.

In einem zweiten Rechenlauf wird der E-Modul dieser Schicht extrem reduziert, sie soll "weich" werden, und die in dieser Schicht zuvor berechneten Spannungen werden fiktiv einem Temperaturfeld gleichgesetzt, das nun als alleinige, nämlich thermische Belastung anliegt.

Dadurch dehnen sich Orte mit hohen Vergleichsspannungen aus dem ersten Lauf thermisch besonders stark aus. Diese spannungsgesteuerte Wärmeausdehnung simuliert das adaptive Wachstum. Die somit verbesserte FEM-Struktur des bereits etwas gestaltoptimierten Bauteiles wird erneut mechanisch belastet und liefert bereits reduzierte Kerbspannungen etc. Die Schleife wird

durchlaufen, bis die Spannungsverteilung völlig homogenisiert ist oder konstruktive Auflagen weiteres Wachstum verbieten. Das Verfahren ist so einfach wie die Natur selbst, es arbeitet problemlos auch für dreidimensionale Bauteile. Wie Bild 10 zeigt, kann damit auch biologisches Wachstum⁷ simuliert werden. Die abgebildete Baumgabel hat als zunächst angenommene Halbkreisinnenkontur erhebliche Kerbspannungen, die aber nach der Optimierung gänzlich abgebaut sind. Eine Baumgabel ist kerbspannungsfrei.

Für die Optimierung des zylindrischen Biegebalkens mit rechteckiger Ausnehmung (Bild 11) ergeben sich im nunmehr dreidimensionalen Falle ebenfalls erhebliche Kerbspannungsreduktionen, die eine über 40fache Lebensdauer des Bauteiles bewirken.

Die Vorteile der CAO-Methode seien hier noch einmal aufgeführt:

1. Benötigt wird nur ein FEM-Programm.
2. 2D- und 3D-Bauteile werden gleichermaßen problemlos behandelt.
3. Es gibt keine problemspezifischen Modifikationen der Vorgehensweise, die über die Erzeugung des FEM-Netzes hinausgehen.

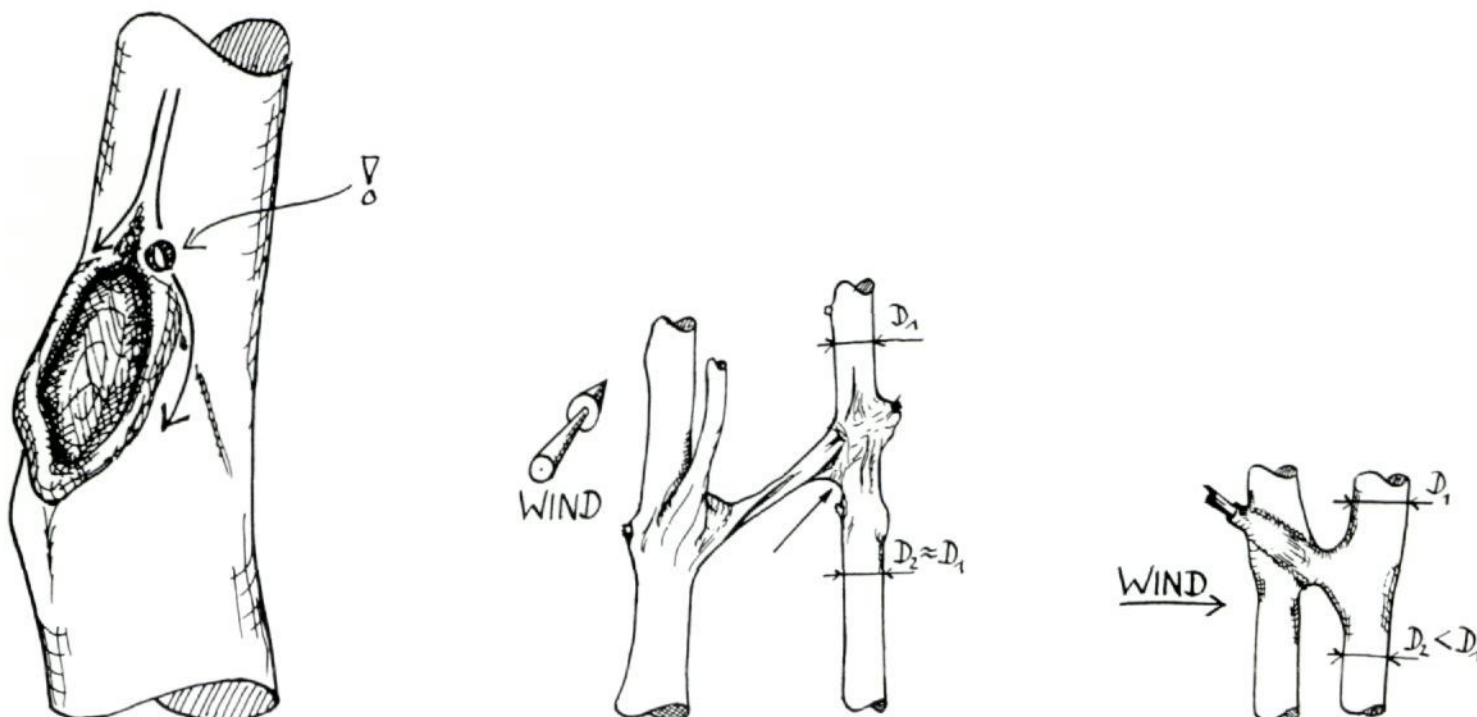


Bild 9: Wenn Bäume zusammenwachsen, werden die Ecken des Fachwerks so abgerundet, daß die Kerbspannungen minimiert werden.

When trees grow together the edges of the "framework" are rounded to minimize the notch stresses.

Die Methode stieß im In- und Ausland auf sehr gute Akzeptanz und wurde bereits vielerorts auch in der Industrie eingeführt. Sie ist in der Tat ein effektives Werkzeug einerseits für den in der Industrie tätigen Entwicklungs- und Berechnungsingenieur, andererseits aber auch für Anwendungen in der Biomechanik, wenn es um Wachstumsreaktionen unter mechanischer Stimulanz geht. So konnte auch der Ablauf der Knochenheilung bei Fehlstellungen sehr gut vorhergesagt werden. Gegenwärtig werden damit Fichtenwurzeln optimiert, damit sie dem Windbruch besser widerstehen können.

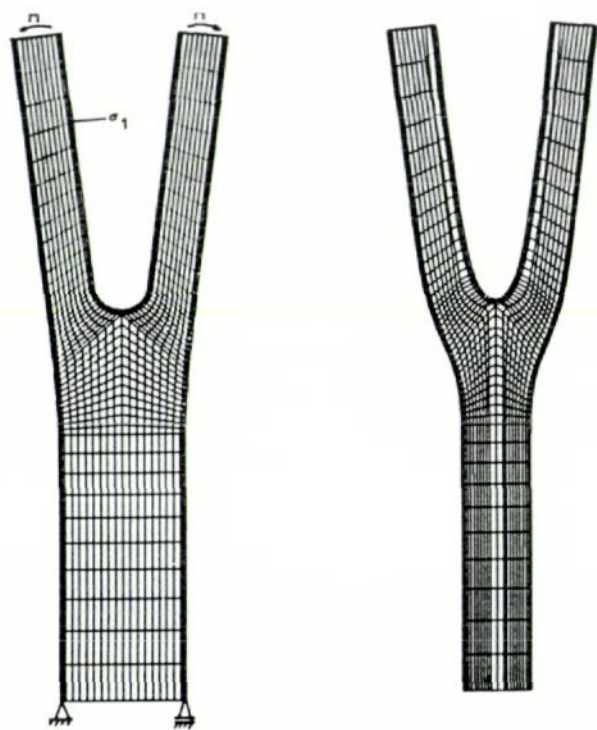


Bild 10: Die Simulationsbeispiele von Verzweigungen zeigen nicht-optimierte (links) und optimierte (rechts) Spannungsverteilungen. Auf solche Art können Maschinenbauteile belastungsfähiger hergestellt werden.

Simulation of tree forks shows non-optimized (left) and optimized (right) distributions of stress. It is an effective method of optimizing the shape of machine parts.

Um auf den Anfang zurückzukommen: Die Bäume erzählen uns also nicht nur ihr mechanisches Schicksal, wenn wir ihre Körpersprache verstehen - sie geben uns auch ein Werkzeug in die Hand, mit dem sie dieses mechanische Schicksal, also ihre Belastungsgeschichte, meistern: Das adaptive Wachstum, das, mit der CAO-Methode simuliert, auch das Leben technischer Bauteile zu verlängern hilft.

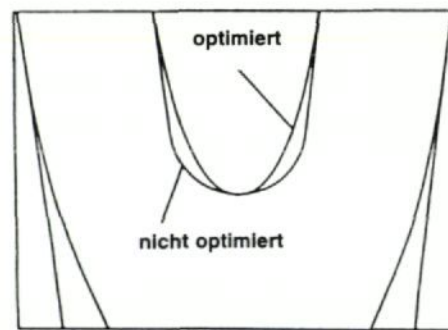
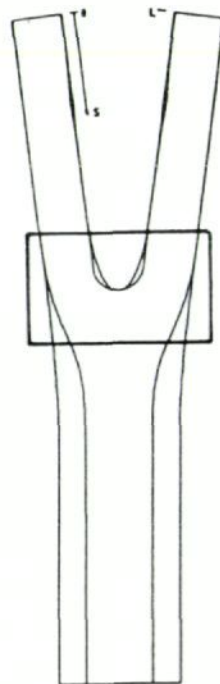


Bild 11: Die Baumgabel ist immer kernspannungsfrei. Im Detail ist zu sehen, daß die idealisierte Halbkreisform bei der Gabelung nicht die optimale Spannungsverteilung liefert.

Tree forks are always free of notch stresses. The detail shows that the idealized shape of a lunette will not yield optimal distribution of stresses.

Literatur:

- 1.) C. Mattheck: Engineering components grow like trees, Bericht No. KfK 4648 des Kernforschungszentrums Karlsruhe 1989, zugleich in Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 21 (1990) 143 - 168
- 2.) C. Mattheck: Warum sie wachsen, wie sie wachsen - die Mechanik der Bäume, Bericht No. KfK 4486 des Kernforschungszentrums Karlsruhe 1968
- 3.) C. Mattheck: Why they grow, how they grow - the mechanics of trees, Arboricultural Journal 14 (1990) 1 - 17
- 4.) C. Mattheck, G. Koserska: Wound healing in a plane (Platanus-Acerifolia [Ait.willd.]) - an experimental proof of its mechanical stimulation, Arboricultural Journal 13 (1989) 211 - 218
- 5.) K. Metzger: Der Wind als maßgebender Faktor für das Wachstum der Bäume, Mündener Forstliche Hefte, Springer Verlag 1983
- 6.) C. Mattheck, H. Huber-Betzer, K. Keilen: Die Anpassung eines Baumes an die Kontaktbelastung durch einen Stein, Bericht No. KfK 4526 des Kernforschungszentrums Karlsruhe 1989
- 7.) C. Mattheck, S. Burkhardt: A new method for engineering shape optimization based on biological growth, Int. J. Fatigue 12 (1990) 185 - 190
- 8.) C. Mattheck: Die Baumgestaltung als Autobiographie, Kernforschungszentrum 1991

